GRUNDGEDANKEN UND PROBLEME DER RELATIVITÄTS-THEORIE.

Vortrag gehalten an der Nordischen Naturforscherversammlung in Gotenburg den 11 Juli 1923

VON

ALBERT EINSTEIN.

Betrachten wir denjenigen Teil der Relativitätstheorie, der heute in gewissem Sinne als gesicherter Besitz der Wissenschaft betrachtet werden kann, so gewahren wir zwei Gesichtspunkte, die bei dieser Theorie eine führende Rolle spielen. Die ganze Entwicklung dreht sich um die Frage:

Gibt es in der Natur physikalisch bevorzugte Bewegungszustände? (Physikalisches Relativitätsproblem). Ferner erweist sich das erkenntnistheoretische Postulat als fundamental:

Begriffe und Unterscheidungen sind nur insoweit zulässig, als ihnen beobachtbare Tatbestände eindeutig zugeordnet werden können. (Inhalts-Forderung für Begriffe und Unterscheidungen.)

Diese beiden Gesichtspunkte werden dadurch klar, dass wir sie auf einen speziellen Fall, z. B. auf die klassische Mechanik, anwenden. Zunächst sehen wir, dass es in jedem von Materie besetzen Punkte einen bevorzugten Bewegungszustand gibt, nämlich den der Materie in dem betrachteten Punkte. Unser Problem fängt aber erst an mit der Frage, ob es physikalisch bevorzugte Bewegungszustände mit Bezug auf *ausgedehnte* Gebiete gibt. Dies ist vom Standpunkt der klassischen Mechanik zu bejahen; die vom Standpunkt der Mechanik physikalisch bevorzugten Bewegungszustände sind diejenigen der Inertialsysteme.

Diese Aussage, wie überhaupt die Grundlage der Mechanik, wie man sie vor der Relativitätstheorie im Allgemeinen darzustellen pflegte, genügt bei weitem nicht der oben genannten »Inhaltsforderung». Bewegung kann nur als Relativbewegung von Körpern gedacht werden. In der Mechanik meint man die Bewegung relativ zum Koordinatensystem, wenn man von

Bewegung schlechthin spricht. Diese Auffassung entspricht aber nicht der »Inhaltsforderung», wenn man das Koordinatensystem als blosses Gedankending betrachtet. Richten wir unser Augenmerk auf die Experimentalphysik, so sehen wir, dass dort das Koordinatensystem stets durch einen »praktisch starren» Körper vertreten ist. Es wird dabei ferner angenommen, dass solche starren Körper sich relativ zu einander ruhend lagern lassen wie die Körper der euklidischen Geometrie. Insoweit wir den starren Messkörper als Gegenstand der Erfahrung als existierend denken dürfen, gelingt es dann, den Begriff »Koordinatensystem» sowie den der Bewegung der Materie relativ zu ihm im Sinne der »Inhaltsforderung» in Ordnung zu bringen. Durch diese Auffassung ist zugleich auch die euklidische Geometrie für die Bedürfnisse der Physik der »Inhaltsforderung» angepasst. Die Frage nach der Gültigkeit der euklidischen Geometrie wird zu einer physikalisch sinnvollen; die Gültigkeit wird in der klassischen Physik wie auch später in der speziellen Relativitätstheorie vorausgesetzt.

Das Inertialsystem und die Zeit werden in der klassischen Mechanik am besten zusammen definiert durch geeignete Formulierung des Trägheitssatzes: Es ist möglich die Zeit so festzusetzen und dem Koordinatensystem einen solchen Bewegungszustand zu erteilen (Inertialsystem), dass mit Bezug auf letzteres kräftefreie materielle Punkte keine Beschleunigung erleiden; von dieser Zeit wird ausserdem angenommen, dass sie durch gleich beschaffene Uhren (Systeme von periodischem Ablauf) von beliebigem Bewegungszustande übereinstimmend gemessen werden kann. Es gibt dann unendlich viele Inertialsysteme, die gegen einander in gleichförmiger Translationsbewegung sind, also auch unendlich viele physikalisch bevorzugte Bewegungszustände, welche untereinander gleichwertig sind. Die Zeit ist absolut, d. h. unabhängig von der Wahl des besonderen Inertialsystems; sie ist durch mehr Merkmale definiert, als logisch nötig ist, was aber — wie die Mechanik voraussetzt — nicht zu Widersprüchen mit der Erfahrung Anlass geben soll. Es sei einstweilen bemerkt, dass die logische Schwäche dieser Darlegung vom Gesichtspunkt der Inhaltsforderung darin liegt, dass man kein Erfahrungskriterium dafür hat, ob ein materieller Punkt kräftefrei ist oder nicht; deshalb bleibt der Begriff des Inertialsystems einigermassen problematisch. Diese Lücke führt zur allgemeinen Relativitätstheorie; wir wollen sie zunächst unberücksichtigt lassen.

Bei der skizzierter Betrachtung über die Grundlage der Mechanik spielt der Begriff des starren Körpers (und derjenige der Uhr) eine fundamentale Rolle, welche mit einem gewissen Recht angefochten werden kann. Der starre Körper ist in der Natur nur approximativ verwirklicht, nicht einmal mit beliebiger Approximation; dieser Begriff hält also der »Inhaltsforderung» nicht strenge stand. Ferner erscheint es logisch ungerechtfertigt, den starren bezw. festen Körper aller physikalischen Betrachtung voranzustellen, und ihn dann schliesslich mit Hilfe der physikalischen Elementargesetze wieder atomistisch aufzubauen, welche Gesetze doch wieder mit Hülfe des Begriffes des starren Messkörpers konstruiert sind. Ich erwähne diese methodischen Mängel deshalb, weil sie in gleichem Sinne auch der Relativitätstheorie in der schematischen Darstellung anhaften, die wir hier vertreten. Gewiss wäre es logisch richtiger, mit dem Inbegriff der Gesetze zu beginnen und erst an diesen Inbegriff die »Inhaltsforderung» zu richten, das heisst die eindeutige Beziehung zur Erfahrungswelt an den Schluss zu stellen, statt sie in unvollkommener Form bereits bei einem künstlich isolierten Teil, nämlich der raum-zeitlichen Metrik zu verwirklichen. Wir sind aber in der Kenntnis der Elementargesetze der Natur nicht weit genug, um diesen vollkommeneren Weg einzuschlagen, ohne den festen Boden zu verlieren. Wir werden am Ende unserer Überlegungen sehen, dass in den neuesten Forschungen bereits ein auf Idéen von Levi-Civita, Weyl, Eddington sich gründender Versuch vorliegt, jene logisch reinere Methode zu verwirklichen.

Aus dem oben Gesagten geht nun auch deutlicher hervor, was unter »bevorzugten Bewegungszuständen» zu verstehen ist. Sie sind bevorzugt inbezug auf die Naturgesetze. Bewegungszustände sind bevorzugt, wenn in denselben befindliche Koordinatensysteme inbezug auf Formulierung der Naturgesetze dadurch ausgezeichnet sind, dass inbezug auf sie jene Gesetze eine durch Einfachheit bevorzugte Gestalt annehmen. Nach der klassischen Mechanik sind die Bewegungszustände der Inertialsysteme in diesem Sinne physikalisch bevorzugt. Man kann gemäss der klassischen Mechanik zwischen (absolut) unbeschleunigten und beschleunigten Bewegungen unterscheiden; nach ihr haben ferner Geschwindigkeiten nur relative (von der Wahl des Inertialsystems abhängige), Beschleunigungen und Drehungen absolute (von der Wahl des Inertialsystems unabhängige) Existenz. Wir wollen dies so ausdrücken: Gemäss der klassischen Mechanik besteht »Geschwindigkeits-Relativität», nicht aber »Beschleunigungs-Relativität». Nach diesen Vorbereitungen gehen wir zum eigentlichen Gegenstand unserer Betrachtung, zur Relativitätstheorie, über, indem wir deren bisherige Entwicklung nach der prinzipiellen Seite hin charakterisieren,

Die spezielle Relativitätstheorie ist eine Anpassung der Grundlagen der Physik an die Maxwell-Lorentz'sche Elektrodynamik. Aus der früheren

Physik entnimmt sie die Voraussetzung von der Gültigkeit der euklidischen Geometrie für die Lagerungsgesetze starrer Körper, das Inertialsystem und den Trägheitssatz. Den Satz von der Gleichwertigkeit der Inertialsysteme für die Formulierung der Naturgesetze nimmt sie für die ganze Physik als gültig an (spezielles Relativitätsprinzip). Der Maxwell-Lorentz'schen Elektrodynamik entnimmt sie den Satz von der Konstanz der Vakuum-Lichtgeschwindigkeit (Lichtprinzip).

Um das spezielle Relativitätsprinzip mit dem Lichtprinzip in Einklang setzen zu können, muss die Voraussetzung von der Existenz einer absoluten (für alle Inertialsysteme übereinstimmenden) Zeit aufgegeben werden. Es wird also die Hypothese aufgegeben, dass gleich beschaffene, beliebig bewegte und passend gerichtete Uhren derart gehen, dass die Angaben je zweier von ihnen, welche einander begegnen, in ihren Angaben übereinstimmen. Jedem Inertialsystem wird eine besondere Zeit zuerteilt; Bewegungszustand des Inertialsystems und dessen Zeit werden im Sinne der Inhaltsforderung dadurch definiert, dass inbezug auf dasselbe das Lichtprinzip gelten soll. Die Existenz des so definierten Inertialsystems sowie die Gültigkeit des Trägheitssatzes inbezug auf dasselbe werden vorausgesetzt. Die Zeit wird für jedes Inertialsystem durch relativ zu demselben ruhende, gleich beschaffene Uhren gemessen.

Durch diese Definitionen und die in der Voraussetzung ihrer Widerspruchslosigkeit steckenden Hypothesen sind die Transformationsgesetze für Raum-Koordinaten und Zeit für den Übergang von einen Inertialsystem zu einem anderen eindeutig festgelegt, die sogenannten Lorentz-Transformationen. Ihr unmittelbarer physikalischer Inhalt liegt in dem Einfluss der Bewegung gegen das benutzte Inertialsystem auf die Gestalt starrer Körper (Lorentz-Kontraktion) und auf den Gang der Uhren. Nach dem speziellen Relativitätsprinzip müssen die Naturgesetze bezüglich Lorentz-Transformationen kovariant sein; die Theorie liefert also ein Kriterium für allgemeine Naturgesetze. Sie führt im Besonderen zu einer Modifikation des Newton'schen Punkt-Bewegungs-Gesetzes, in welchem die Vakuum-Lichtgeschwindigkeit als Grenzgeschwindigkeit figuriert, sowie zur der Erkenntnis der Wesensgleichheit von Energie und träger Masse.

Die spezielle Relativitätstheorie brachte erhebliche Fortschritte. Sie versöhnte Mechanik und Elektrodynamik. Sie verringerte die Zahl der voneinander logisch unabhängigen Hypothesen der letzteren. Sie zwang zu einer erkenntnistheoretischen Klärung der Grundbegriffe. Sie vereinigte Impuls- und Energiesatz, erwies die Wesenseinheit von Masse und Energie.

Aber sie konnte doch nicht voll befriedigen — ganz abgesehen von den Quanten-Schwierigkeiten, inbezug auf deren wirkliche Lösung alle Theorie bis jetzt sich als ohnmächtig erwies. Die spezielle Relativitätstheorie bevorzugt ebenso wie die klassische Mechanik gewisse Bewegungszustände — nämlich die der Inertialsysteme — gegenüber allen übrigen Bewegungszuständen. Dies war eigentlich schwerer zu ertragen als die Bevorzugung eines einzigen Bewegungszustandes, wie es die Theorie des ruhenden Lichtäthers tat; denn diese dachte einen Realgrund für diese Bevorzugung, nämlich den Lichtäther. Eine Theorie, welche von Vorneherein keinen Bewegungszustand bevorzugt, muss befriedigender erscheinen. Ferner erregt die schon oben erwähnte Unklarheit in der Definition des Inertialsystems bezw. in der Formulierung des Trägheitssatzes Bedenken, die ihre entscheidende Bedeutung durch den Erfahrungssatz von der Gleichheit der trägen und schweren Masse erhalten, auf Grund folgender Überlegung.

Sei K ein Inertialsystem ohne Schwerefeld, K′ ein relativ zu K gleichförmig beschleunigtes Koordinatensystem. Dann ist das Verhalten materieller Punkte inbezug auf K′ dasselbe, wie wenn K′ ein Inertialsystem wäre, inbezug auf welches ein homogenes Gravitationsfeld vorhanden ist. Auf Grund der empirisch bekannten Eigenschaften des Schwerefeldes erweist sich demnach die Definition des Inertialsystems als hinfällig. Die Überzeugung liegt nahe, dass jedes beliebig bewegte Bezugssystem mit jedem andern für die Formulierung der Naturgesetze gleichwertig sei, dass es also hinsichtlich endlich ausgedehnter Gebiete physikalisch bevorzugte Bewegungszustände überhaupt nicht gebe (Allgemeines Relativitätsprinzip).

Die Durchführung dieses Gedankens erfordet eine noch tiefere Modifikation der geometrisch-kinematischen Grundlagen als die spezielle Relativitätstheorie. Die aus letzterer gefolgerte Lorentz-Kontraktion führt nämlich zu dem Ergebnis, dass inbezug auf ein gegen ein (gravitationsfeldfreies) Inertialsystem K beliebig bewegtes System K′ die Lagerungsgesetze der euklidischen Geometrie für starre (relativ zu K′ ruhende) Körper nicht gelten. Damit verliert auch das kartesische Koordinatensystem seinen Sinn hinsichtlich der Inhaltsforderung. Analoges gilt inbezug auf die Zeit; dieselbe lässt sich inbezug auf K′ nicht mehr sinnvoll durch die Anzeige gleich beschaffener, inbezug auf K′ ruhender Uhren oder durch das Gesetz der Lichtausbreitung definieren. Verallgemeinernd kommt man zu dem Resultat, dass Gravitationsfeld und Metrik nur verschiedene Erscheinungsarten desselben physikalischen Feldes sind.

Die formale Beschreibung dieses Feldes erlangen wir durch folgende

Überlegung. Für jede infinitesimale Punkt-Umgebung in einem beliebigen Gravitationsfelde lässt sich ein lokales Koordinatensystem von solchem Bewegungszustande angeben, dass inbezug auf dies lokale System kein Gravitationsfeld existiert (lokales Inertialsystem). Inbezug auf dieses Inertialsystem dürfen wir für dies unendlich kleine Gebiet die Ergebnisse der speziellen Relativitätstheorie als in erster Näherung zutreffend ansehen. Solcher lokaler Inertialsysteme gibt es in jedem Raum-Zeit-Punkt unendlich viele; sie sind durch Lorentz-Transformationen miteinander verknüpft. Letztere sind dadurch charakterisiert, dass sie den »Abstand» ds zweier unendlich benachbarter Punktereignisse — definiert durch die Gleichung

$$ds^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

— invariant lassen, welcher Abstand mittelst Massstäben und Uhren messbar ist. x, y, z, t bedeuten nämlich Koordinaten und Zeit, gemessen inbezug auf ein lokales Inertialsystem.

Zur Beschreibung endlich ausgedehnter raum-zeitlicher Gebiete bedarf man beliebiger Punkt-Koordinaten in der vierdimensionalen Mannigfaltigkeit, die nichts anderes leisten als eine eindeutige Bezeichnung der Raum-Zeit-Punkte durch je 4 Zahlen x_1, x_2, x_3, x_4, welche der Stetigkeit dieser 4-dimensionalen Mannigfaltigkeit gerecht wird (Gauss'sche Koordinaten). Das allgemeine Relativitätsprinzip findet dann seinen mathematischen Ausdruck darin, dass die allgemeine Naturgesetze ausdrückenden Gleichungssysteme für alle derartigen Koordinatensysteme gleich lauten.

Da sich die Koordinaten-Differentiale des lokalen Inertialsystems linear durch die Differentiale dx_ν eines Gauss'schen Koordinatensystems ausdrücken, so erhält man bei Verwendung des letzteren für den Abstand ds zweier Ereignisse einen Ausdruck von der Gestalt

$$ds^2 = \sum g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu . \qquad (g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu})$$

Die $g_{\mu\nu}$, welche stetige Funktionen der x_ν sind, bestimmen die Metrik in der vierdimensionalen Mannigfaltigkeit, indem ds als eine mittels Massstäben und Uhren messbare (absolute) Grösse definiert ist. Diese nämlichen Grössen $g_{\mu\nu}$ beschreiben aber inbezug auf das Gauss'sche Koordinatensystem auch das Gravitationsfeld, dessen Wesenseinheit mit der physikalischen Ursache der Metrik wir früher festgestellt haben. Der Fall der Gültigkeit der speziellen Relativitätstheorie für endliche Gebiete charakterisiert sich dahin, dass bei passender Wahl des Koordinatensystems die $g_{\mu\nu}$ für endliche Gebiete von den x_ν unabhängig sind.

Gemäss der allgemeinen Relativitätstheorie drückt sich das Gesetz der

Punkt-Bewegung im reinen Gravitationsfeld durch die Gleichung der geodätischen Linie aus. In der Tat ist die geodätische Linie die mathematisch einfachste, welche in dem Spezialfalle der konstanten $g_{\mu\nu}$ in die Gerade übergeht. Wir haben hier also die Übertragung von Galilei's Trägheitssatz in die allgemeine Relativitätstheorie vor uns.

Das Aufsuchen der Feldgleichungen kommt mathematisch auf die Frage nach den einfachsten allgemein kovarianten Differentialgleichungen hinaus, denen die Gravitationspotentiale $g_{\mu\nu}$ unterwerfen werden können. Diese Gleichungen sind dadurch bestimmt, dass sie keine höheren als die zweiten Ableitungen der $g_{\mu\nu}$ nach den x_ν und diese nur linear enthalten sollen, welche Bedingung diese Gleichungen als eine sinngemässe Übertragung der Poisson'schen Feldgleichung der Newton'schen Gravitationstheorie in die allgemeine Relativitätstheorie erscheinen lässt.

Die angedeuteten Überlegungen führten zur Gravitationstheorie, welche die Newton'sche Theorie als erste Näherung ergibt und darüber hinaus die Perihelbewegung des Merkur, die Lichtablenkung durch die Sonne und die Rotverschiebung der Spektrallinien im Einklang mit der Erfahrung[1] ergibt.

Um die Basis der allgemeinen Relativitätstheorie zu vervollständigen, muss noch das elektromagnetische Feld in dieselbe eingeführt werden, welches nach unserer gegenwärtigen Überzeugung auch das Material darstellt, aus dem wir die Elementargebilde der Materie aufzubauen haben. Es gelingt auch ohne Schwierigkeit die Maxwell'schen Feldgleichungen in die allgemeine Relativitätstheorie zu übertragen. Diese Übertragung ist eine völlig eindeutige, wenn man nur annimmt, dass die Gleichungen keine höheren als die ersten Differentialquotienten der $g_{\mu\nu}$ enthalten, und dass sie in der geläufigen Maxwell'schen Form im lokalen Inertialsystem gelten. Ferner gelingt es leicht, die Feldgleichungen der Gravitation in einer durch die Maxwell'schen Gleichungen vorgeschriebenen Weise durch elektromagnetische Glieder so zu ergänzen, dass sie die gravitierende Wirkung des elektromagnetischen Feldes enthalten.

Eine Theorie der Materie haben diese Feldgleichungen nicht geliefert. Um die felderzeugende Wirkung ponderabler Massen in die Theorie aufzunehmen, musste man deshalb (wie in der klassischen Physik) die Materie in einer approximativen, phänomenologischen Darstellung in die Theorie einführen.

[1] Inbezug auf die Rotverschiebung ist die Übereinstimmung mit der Erfahrung allerdings noch nicht ganz gesichert.

Damit sind die unmittelbaren Konsequenzen des Relativitätsprinzips erschöpft. Ich wende mich zu denjenigen Problemen, die sich an die skizzierte Entwicklung knüpfen. Bereits Newton erkannte, dass der Trägheitssatz in einer bis jetzt in dieser Darlegung nicht erwähnten Beziehung unbefriedigend sei. Sie gibt nämlich für die physikalische Sonderstellung der Bewegungszustände der Inertialsysteme gegenüber allen anderen Bewegszuständen keine Realursache an. Sie macht für das Gravitations-Verhalten eines materiellen Punktes die beobachtbaren materiellen Körper verantwortlich, zeigt aber für das Trägheitsverhalten des materiellen Punktes keine materielle Ursache auf, sondern fingiert hierfür die Ursache (absoluter Raum bezw. Trägheitsäther). Dies ist nicht logisch unzulässig, aber unbefriedigend. Aus diesem Grunde forderte E. Mach eine Abänderung des Trägheitsgesetzes in dem Sinne, dass die Trägheit als ein Beschleunigungs-Widerstand der Körper gegen *einander* und nicht gegen den »Raum« aufgefasst werden solle. Diese Auffassung bedingt die Erwartung, dass beschleunigte Körper gleichsinnig beschleunigend auf andere Körper wirken (Beschleunigungs-Induktion).

Die skizzierte Auffassung liegt gemäss der allgemeinen Relativität, welche die Scheidung zwischen Trägheits- und Gravitations-Wirkungen beseitigt, noch näher. Sie kommt auf die Forderung hinaus, dass das $g_{\mu\nu}$-Feld, abgesehen von der durch die freie Koordinatenwahl bedingten Willkür, durch die Materie vollkommen bestimmt sein solle. Zugunsten der Mach'schen Forderung wirkt in der allgemeinen Relativität noch der Umstand, dass die Beschleunigungs-Induktion gemäss den Feldgleichungen der Gravitation tatsächlich existiert, wenn auch in so geringer Stärke, dass ein direkter Nachweis durch mechanische Versuche ausgeschlossen ist.

Man kann der Mach'schen Forderung in der allgemeinen Relativitätstheorie dadurch gerecht werden, dass man die Welt in räumlicher Beziehung als endlich und in sich geschlossen betrachtet. Man erreicht durch diese Hypothese auch die Möglichkeit, die mittlere Dichte der Materie in der Welt als *endlich* anzunehmen, während sie in einer räumlich-unendlichen (quasi-euklidischen) Welt verschwinden müsste. Es darf jedoch nicht verschwiegen werden, dass man für die angedeutete Erfüllung des Mach'schen Postulates ein auf keinerlei Erfahrung gegründetes Glied in die Feldgleichungen einführen muss, welches durch die übrigen Glieder der Gleichungen logisch in keiner Weise bedingt ist. Aus diesem Grunde kann die angedeutete Lösung des »kosmologischen Problems« einstweilen nicht völlig befriedigen.

Ein zweites Problem, das gegenwärtig die Geister besonders lebhaft beschäftigt, ist das der Wesens-Einheit des Gravitationsfeldes und des elektromagnetischen Feldes. Der nach Einheitlichkeit der Theorie strebende Geist kann sich nicht damit zufrieden geben, dass zwei ihrem Wesen nach voneinander ganz unabhängige Felder existieren sollen. Man sucht nach einer mathematisch einheitlichen Feldtheorie, in welcher das Gravitationsfeld bezw. das elektromagnetische Feld nur als verschiedene Komponenten bezw. Erscheinungsformen des gleichen einheitlichen Feldes aufgefasst sind, wobei die Feldgleichungen womöglich nicht mehr aus logisch voneinander unabhängigen Summanden bestehen.

Die Gravitationstheorie, d. h. vom Standpunkt des mathematischen Formalismus betrachtet die Riemann'sche Geometrie, soll so verallgemeinert werden, dass sie die Gesetze des elektromagnetischen Feldes mit umfasst. Leider können wir uns bei dieser Bemühung nicht auf empirische Tatsachen stützen wie bei der Ableitung der Gravitationstheorie (Gleichheit der trägen und schweren Masse), sondern wir sind auf das Kriterium der mathematischen Einfachheit beschränkt, das von Willkür nicht frei ist. Der gegenwärtig als am erfolgreichsten erscheinende Versuch ist der auf Gedanken von Levi-Civita, Weyl und Eddington aufgebaute, die Riemann'sche metrische Geometrie durch die allgemeinere Theorie des affinen Zusammenhanges zu ersetzen.

Für die Riemann'sche Geometrie ist die Voraussetzung charakteristisch, dass zwei unendlich benachbarten Punkten ein »Abstand» ds zugeordnet wird, dessen Quadrat eine homogene Funktion zweiten Grades der Koordinaten-Differentiale ist. Hieraus folgt (abgesehen von gewissen Realitätsverhältnissen) die Gültigkeit der euklidischen Geometrie in jedem unendlichkleinen Gebiet. Es ist also zu jedem Linienelement (bezw. Vektor) in einem Punkte P ein paralleles und gleiches Linienelement (bezw. Vektor) durch jeden gegebenen, infinitesimal benachbarten Punkt P' zugeordnet (affiner Zusammenhang). Die Riemann'sche Metrik bestimmt einen affinen Zusammenhang. Ist aber umgekehrt ein affiner Zusammenhang (Gesetz der infinitesimalen Parallelverschiebung) mathematisch gegeben, so existiert im Allgemeinen keine Riemann'sche Massbestimmung, aus welcher er sich ableiten liesse.

Der wichtigste Begriff der Riemann'schen Geometrie, die »Raumkrümmung», auf welchem auch die Gravitationsgleichungen beruhen, gründet sich ausschliesslich auf den »affinen Zusammenhang». Gibt man einen solchen in einem Kontinuum, ohne erst von einer Metrik auszugehen, so hat man eine Verallgemeinerung der Riemann'schen Geometrie vor sich, in welcher doch die wichtigsten abgeleiteten Grössen erhalten bleiben. Indem man die einfachsten Differential-Gleichungen aufsucht, denen ein affiner Zusammenhang unterworfen werden kann, darf man hoffen, auf eine Verallgemeinerung der Gravitationsgleichungen zu stossen, welche die Gesetze des elektromagnetischen Feldes mit enthält. Diese Hoffnung hat sich tatsächlich erfüllt, doch weiss ich nicht, ob der so gewonnene formale Zusammenhang wirklich als eine Bereicherung der Physik anzusehen ist, solange er keine neuen physikalischen Zusammenhänge liefert. Insbesondere kann eine Feldtheorie nach meiner Meinung erst dann befriedigen, wenn sie die elektrischen Elementarkörper als singularitätsfreie Lösungen darzustellen gestattet.

Ferner ist nicht zu vergessen, dass eine Theorie der elektrischen Elementargebilde nicht zu trennen ist von den Fragen der Quantentheorie. Diesem tiefsten physikalischen Problem der Gegenwart gegenüber hat sich auch die Relativitätstheorie bisher als machtlos erwiesen. Mag auch dereinst durch die Lösung des Quantenproblems die Form der allgemeinen Gleichungen eine noch so tiefgehende Änderung erfahren, mögen sich sogar die Grössen gänzlich verändern, mittelst derer wir die elementaren Vorgänge darstellen, das Relativitätsprinzip wird nicht mehr aufgegeben werden und die mittelst desselben bisher abgeleiteten Gesetze werden wenigstens als Grenzgesetze ihre Bedeutung behalten.